

**INAF-Osservatorio astrofisico di Torino**  
*Technical Report nr. 181*

**WARP EXPERIMENT**  
**un esperimento di Alternanza**  
**Scuola Lavoro condotto durante**  
**il Servizio Civile**

***Alberto Cora, Marco Franchi,***  
***Roberta Morosin***

*Pino Torinese, 28 giugno 2018*

# WARP EXPERIMENT un esperimento di Alternanza Scuola Lavoro condotto durante il Servizio Civile

Alberto Cora<sup>1</sup>, Marco Franchi<sup>2</sup>, and Roberta Morosin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Istituto Nazionale di Astrofisica - Osservatorio Astrofisico di Torino

<sup>2</sup>Istituto Nazionale di Astrofisica - Servizio Civile Nazionale

## ABSTRACT

In questo studio si indaga la precisione raggiunta da un campione di studenti nel riprodurre le Pleiadi. Le Pleiadi, oltre ad essere spesso citate in letteratura, sono state rappresentate sin dall'alba dell'umanità. Vi sono raffigurazioni che potrebbero risalire al 15000 a.C oltre ad innumerevoli rappresentazioni artistiche. Poter disporre di una valutazione della precisione con la quale si riesce a rappresentare l'ammasso è utile per esaminare rappresentazioni di 5 o 6 stelle dove talvolta, in maniera speculativa, si desidera riconoscere questo asterismo di stelle. Abbiamo ottenuto delle probabilità di coincidenza per un asterismo di 5 stelle  $\text{Log}(P) = -17.89 \pm 4.70$  mentre per 6 stelle  $\text{Log}(P) = -21.23 \pm 4.61$ . Inoltre, in questo ultimo intervallo di valori rientra perfettamente la rappresentazione che dà delle Pleiadi Galileo Galilei nel Sidereus Nuncius.

Keywords: Archeoastronomia, Pleiadi, Probabilità

## RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia Lorenzo Galante e Mirella Rossino per averci offerto l'opportunità di eseguire l'esperimento nell'ambito dell'iniziativa WARP e Marilena Bosticco per l'aiuto. Soprattutto si ringrazia tutti gli studenti che hanno partecipato all'iniziativa denominata WARP2018.

## 1 INTRODUZIONE

Come negli anni precedenti il Dipartimento di Fisica dell'Università di Torino ha proposto la Scuola di Fisica WARP 2018 - Bend Your Mind. Quest'attività rientra nei programmi di alternanza Scuola Lavoro a cui aderiscono vari istituti scolastici piemontesi.

L'evento, giunto alla sua 6a edizione, è composto da 3 giorni di seminari tenuti da docenti e ricercatori dell'Ateneo di Torino, con diverse finalità: presentare lo stato dell'arte della ricerca in Fisica nei vari ambiti, permettere uno scambio diretto tra studenti e ricercatori su tematiche di ricerca fondamentale e delineare la figura del fisico e le sue attività. Ogni giorno si sono tenuti seminari della durata di circa 50 minuti seguiti da una sessione di discussione e lavori di gruppo. Proprio alla base della nostra ricerca si trova uno di questi seminari, "*Come in cielo, così per terra: il sito del Roccerè*", al termine del quale è stato chiesto agli studenti di rappresentare su un foglio il gruppo delle Pleiadi, dopo aver mostrato loro un'immagine astronomica di questo ammasso stellare.

L'idea di studiare la rappresentazione delle Pleiadi fatta dagli studenti è del Dott. Lorenzo Galante dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare ed è utile anche per esaminare varie altre rappresentazioni delle Pleiadi che ci sono pervenute nel passato.

L'ipotesi che l'uomo preistorico potesse rappresentare costellazioni non è nuova. Spettacolare è la raffigurazione, data nel paleolitico, del Toro (bos taurus primigenius) nella grotta di Lascaux (Rappengluck, 2001), forse la più antica rappresentazione di una costellazione. Si tratta comunque di una iconografia di un animale, che sebbene significativa, non riporta chiaramente le posizioni di stelle, eccezion fatta per un insieme di 6 puntini posti sul groppo dell'immagine, che potrebbero essere le Pleiadi. Si ipotizza che le Pleiadi siano state rappresentate anche tramite coppelle e su affreschi: per tale ragione avere la possibilità di utilizzare un metodo statistico per valutare la precisione delle raffigurazioni può rivelarsi interessante.

## 2 LE PLEIADI

Le Pleiadi sono un noto ammasso stellare visibile anche ad occhio nudo. Sette sono le stelle che formano il suo disegno principale ma generalmente, con una vista normale e senza l'ausilio di un telescopio, se ne possono contare 5 o 6, sebbene appassionati osservatori esperti in condizioni ottimali di trasparenza atmosferica sono giunti a contarne 14. Con un cannocchiale o un piccolo telescopio se ne possono contare quasi un centinaio. È sicuramente uno degli oggetti più spettacolari che si possa osservare sia ad occhio nudo che con strumenti amatoriali alle nostre latitudini. Non stupisce quindi che abbia catturato l'attenzione dell'uomo sin dall'antichità. Nei *"Fenomeni"*, Arato le presenta come una costellazione separata, mentre ora l'ammasso è riconosciuto come parte della costellazione del Toro. Esiodo si riferiva ad esso come le *sette vergini*. E così scriveva invece Saffo: *"tramontata è la Luna e le Pleiadi a mezzo nella notte..."*.

Nessun altro gruppo di stelle figura così ampiamente nei miti e nelle leggende di un tempo. Il loro nome, deriva probabilmente dal greco *Pleione* ossia grande quantità. I nomi individuali delle stelle usati oggi sono quelle delle sette figlie di Atlante e Pleione. Inoltre, il fatto che normalmente solo 6 sei sono osservabili a occhio nudo potrebbe avere originato il mito della Pleiade scomparsa. Il gruppo è talvolta chiamato nella tradizione popolare *"Chioccia con i pulcini"*. L'asterismo di stelle è molto simile a quello dell'Orsa Maggiore e quindi non stupisce che si alluda anche ad un piccolo carro. In tutte le culture e mitologie primitive, dai Greci agli aborigeni australiani, si può rintracciare l'influenza delle Pleiadi nel panorama dello studio del cielo. Successivamente osservato e catalogato da Charles Messier ha preso il nome di M45.

Da quando fu chiaro che le stelle osservate nel cielo erano corpi in tutto e per tutto simili al Sole, si iniziò ad ipotizzare un possibile collegamento fra loro. Questa connessione però non è sempre ovvia: stelle appartenenti alla stessa costellazione possono essere in realtà molto distanti fra loro. Così, con i moderni studi del moto proprio degli astri e la determinazione delle distanze, si determinò che le Pleiadi fossero realmente legate gravitazionalmente tra loro e che avessero anche un'origine comune.

Persino con strumenti di modeste dimensioni le Pleiadi restano uno spettacolo celeste da osservare. Come detto precedentemente infatti, con un binocolo si contano una settantina di componenti mentre le immagini con i più moderni CCD ne evidenziano migliaia. Negli ultimi decenni, grazie alle nuove tecnologie e in particolare grazie ad una rete mondiale di radiotelescopi, si è stimato che l'ammasso dista dalla Terra 443 anni luce e ha un diametro angolare apparente di circa 110'.

## 3 CONFRONTO CON GALILEO: PLEIADUM COSTELLATIO NEL SIDEREUS NUNCIUS

Un altro studioso illustre che ha eseguito degli studi sull'ammasso delle Pleiadi fu Galileo Galilei (1564 - 1642), come si può evincere dalla sua opera *Sidereus Nuncius*. Galilei, uno dei principali astronomi di tutta la storia, è noto anche per il suo rapporto conflittuale con la Chiesa e in particolare con l'Inquisizione. Essa era un'istituzione ecclesiastica sostenuta dalla Chiesa che per quasi tutta la vita tormentò l'astronomo a causa dei suoi studi che annullavano la teoria copernicana, ovvero la teoria che poneva la Terra era al centro dell'Universo.

Questo testo, scritto nel 1610 e pubblicato a Venezia, rappresenta un importante studio che Galilei fece nell'ambito astronomico. Non fu un caso che l'opera venne stampata a Venezia: la Serenissima (soprannome di Venezia all'epoca) non era sotto l'influenza della Chiesa e, di conseguenza, qualsiasi scrittore poteva esprimersi e pubblicare i suoi testi senza che la Chiesa potesse intervenire. Spesso infatti molti tesi venivano inseriti nell'Indice dei Libri proibiti, ovvero una lista di libri creata dall'Inquisizione che comprendeva qualsiasi genere letterario ritenuto "scomodo" e in contrapposizione con i valori della religione.

Tornando all'opera, Galilei scrisse questo trattato mentre osservava il cielo sul campanile di piazza San Marco, grazie al supporto di un telescopio da lui ideato. Nel suo studio, Galilei afferma che le Pleiadi sono costituite da gruppi di stelle, presenti nella Via Lattea, riunite in un unico punto, che egli chiama *Nebulosae*, e la loro caratteristica principale è legata alla loro luminosità, che viene chiamata *candor*. Secondo Galileo, la luminosità delle stelle sarebbe dovuta alla luce che la Luna o i raggi del Sole emettono. Nell'opera vediamo che egli ha anche osservato altre due nebulose: la *Nebulosam Captis Orionis*, ovvero la Nebulosa di Orione, che comprende 21 stelle e la *Nebulosam Praesepe*, la Nebulosa Presepe, che comprende 40 stelle e di cui ne troviamo due rappresentazioni all'interno del trattato.

Galilei, inoltre, presenta nell'opera alcune bozze delle Pleiadi, come possiamo osservare nella Figura 1. A seguire troviamo un estratto del capitolo del *Sidereus Nuncius* dove vengono illustrate le Pleiadi: il *Pleiadum Constellatio*.



**Figure 1.** Rappresentazione di Galileo delle Pleiadi, estratta dal *Sidereus Nuncius*.

### 3.1 Testo originale

In altero exemplo sex Stellas Tauri, PLEIADAS dictas depinximus (dico autem sex, quandoquidem septima serè nunquam apparet) intra angustissimos in coelo cancellos obclusas, quibus aliae plures quam quadraginta invisibiles adiacent; quarum nulla ab aliqua ex praedictis sex vix ultra semigradum elongatur; harum nos tantum trigintasex adnotavimus; earumque interstitia, magnitudines, necnon veterum nouarumque discrimina veluti in Orione servavimus.

Quod tertio loco a nobis fuit observatum, est ipsiusmet LACTEI Circuli essentia, seu materies, quam Perspicilli beneficio adeo ad sensum licet intueri, ut & altercationes omnes, quae per tota saecula Philosophosexcruciarunt ab oculatacertitudine dirimantur, nosque a verbosis disputationibus liberemur. Est enim GALAXYA nihil aliud, quam innumerarum Stellarum coarcervatim consitarum congeries in quamcum(que) enim regionem illius Perspicillum dirigas, statim Stellarum ingens frequentia se se in cospectum profert, quarum complures satis magna, ac valde conspiquae videntur sed exiguarum multitudo prorsus in inexplorabilis est.

At actum non tantum in GALAXYA lacteus ille candor, veluti albicantisnubis spectetur, sed complures, con similis coloris areolae sparsim per aethera subfulgesnt, si in illarum quamlibet Specillum convertas Stellarum constipatarum ceterum coetum offendes. Amplius (quod magis mirabilis) Stellae ab Astronomis singulis in hanc usque diem NEBULOSAE appellatae, Stellarum mirum immodum consitarum greges sunt; ex quarum radorum commixtione, dum unaqueque ob exilitatem, seu maximam a nobis remotionem, oculorum aciem fugit, candor ille consurgit, qui densior pars coeli, Stellarum, aut Solis radios retorquere valens, hucusque creditus est. Nos ex illis nonnullas observavimus et duarum Asterismos subnectere voluimus.

In primo habes NEBULOSAM Captis Orionis appellatam, in qua Stellas vigintiunas numeravimus. Secundus NEBULOSAM PRAESEPE nuncupatam continet, quae non una tantum Stella est, sed congeries Stellarum plurium quam quadraginta: nos praeter Asellos trigintasex notavimus in hunc, qui sequitur ordinem dispositas.

### 3.2 Traduzione

In un altro esempio abbiamo rappresentato nel cielo le sei Stelle del Toro, PLEIADI (d'altra parte dico sei dal momento che pressappoco ne appaiano sette), rinchiusa fra gli strettissimi limiti le Stelle), ché presso di esse si affollano più di altre quaranta invisibili; di cui nessuna si è allontanata in alcun modo da qualcuna delle sei predette di oltre un semigrado appena; di queste noi (ne) abbiamo segnate solamente trentasei; abbiamo osservato gli intervalli, le grandezze, come anche la distinzione tra vecchie e nuove, abbiamo, come nell'Orione, conservato.

Benché viene osservato da noi per la terza volta, sia come essenza, piuttosto che causa, della stessa Orbita Lattea, il beneficio del Telescopio è lecito a tal punto percepire attraverso i sensi, affinché solleviamo tutte le discussioni, che tormentarono per tutti i secoli i filosofi i quali si divisero dalla certezza che si

vede, e che ci liberi dalle dispute delle parole diffuse. Non è infatti nient'altro che la GALAXYA, che contiene mucchi di innumerevoli Stelle legate assieme fra di loro; infatti qualunque cosa il Telescopio punti in quella zona di cielo, la vasta quantità si estende all'istante al suo cospetto, di cui sembrano abbastanza numerose sia di grandezza che molto visibili; ma il gran numero delle esigue è assolutamente inesplorabile.

Ma non avendo tanto considerato quel candore bianco come il latte nella GALAXYA, come (se fossero) biancheggiati dalle nubi, ma che parecchie cose simili al colore dell'areola brillante qua e là sopra il cielo, se quanto si indirizzi il Telescopio a piacere verso quella restante parte di quelle Stelle ammassate, (ne) troverai una moltitudine. Oltre le Stelle (e a questo proposito preferibilmente degno di ammirazione) chiamate dai singoli astronomi, fino a oggi, NEBULOSE, i gruppi di Stelle straordinarie legate sono allo stesso modo; ciò è considerato, fino a questo punto, dall'unione di questi raggi di luce, mentre cerchi di allontanare ciascuna Stella piccola, o piuttosto ci allontaniamo moltissimo, allontani la perspicacia degli occhi, che sorge quel candore, che è la parte più ammassata del cielo, delle Stelle, o che equivale a riflettere i raggi del Sole. Noi ne osserviamo parecchie fra tutte queste, e vogliamo aggiungere due Nebulose.

La prima è la NEBULOSA chiamata di Orione, in cui troviamo 21 Stelle.

La seconda racchiude la NEBULOSA chiamata PRAESEPE, di cui non c'è solo una Stella, ma (ci sono) un ammasso di più Stelle, all'incirca quaranta: noi (ne) vediamo in questo (vd. disegno) trentasei al di là delle due Stelle della Costellazione del cancro, che segue l'ordine in cui è disposto.

#### 4 IL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ DI SOVRAPPOSIZIONE

Le cattedrali europee disposte secondo le stelle della costellazione della Vergine, diverse città Maya scoperte grazie alla comparazione di immagini satellitari e costellazioni, le piramidi egizie della piana di Giza disposte seguendo le stelle della cintura di Orione, sono solo qualche caso segnalato con enfasi dai media e assunti come verità assodate ... ma è possibile che si tratti di mera coincidenza?

Studiando gli allineamenti astronomici dei condotti nelle piramidi egizie, è stato proposto un metodo di calcolo della probabilità che tiene conto della precisione dell'allineamento e del numero di oggetti presi in esame (V.Castellani, 2002). Ciò può essere esteso ad angoli sferici.

Da ciò è stata inoltre sviluppata una metodologia per calcolare la probabilità di sovrapposizione casuale di due mappe (A.Cora, 2017).

La probabilità di sovrapposizione casuale di n punti appartenenti a due mappe, in questo caso tra punti di una cartina terrestre e stelle può essere calcolata per ogni singolo punto i dove  $i = 1..n$  come:

$$P_i = \frac{\Omega_i}{4\pi} \quad (1)$$

Dove  $\Omega_i$  è l'areola legata alla precisione della sovrapposizione.

L'areola  $\Omega_i$ , espressa in steradiani, è la parte della sfera sottesa da un angolo doppio alla distanza angolare  $\beta_i$  tra stella e punto terrestre (le coordinate dei punti sono state convertite opportunamente in coordinate celesti) e  $4\pi$  e la superficie sferica in steradiani:

$$\Omega_i = 2\pi(1 - \cos\beta_i) \quad (2)$$

L'angolo  $\beta_i$  è legato alla precisione con la quale si verifica la sovrapposizione.

Se si vuole escludere nella sovrapposizione una parte delle mappe si deve ridurre l'area della sfera espressa in steradiani e si deve tenere conto quindi della porzione presa in esame  $\theta \ll 4\pi$  (sempre espressa in steradiani). Questo porta alla riduzione dell'angolo sferico ed all'aumento della probabilità di sovrapposizione casuale:

$$P_i = \frac{2\pi(1 - \cos\beta_i)}{\theta} \gg \frac{\Omega_i}{4\pi} \quad (3)$$

Questo apporta un notevole miglioramento al metodo statistico illustrato al congresso annuale della SIA nel 2017.

La probabilità complessiva di sovrapposizione multipla sarà dato dalla produttrice:

$$P_n = \prod_{i=1}^n P_i \gg \prod_{i=1}^n \frac{\Omega_i}{4\pi} \quad (4)$$

Le probabilità  $P_i$  sono sempre inferiori a 1, e trattandosi un prodotto multiplo di probabilità  $P_n \ll 1$ . La frequenza  $v$  di accadimento della sovrapposizione, deve però tener conto delle possibili  $k > n$  stelle che utilizzabili per formare l'asterismo di  $n$  stelle. Potrebbero essere giustificatamente coinvolte tutte le stelle più luminose che si vogliono sovrapporre.

Come pure bisogna tenere conto di tutti i possibili  $z > n$  punti di coincidenza presenti sulla mappa che potrebbero a loro volta offrire l'opportunità di sovrapposizione di  $n$  di loro.

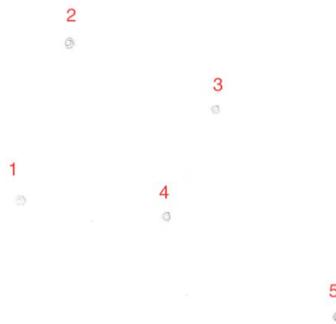
Il numero di combinazioni in entrambe i casi sono calcolabili tramite il coefficiente binomiale:

$$v = P_k \binom{k}{n} \binom{z}{n} \quad (5)$$

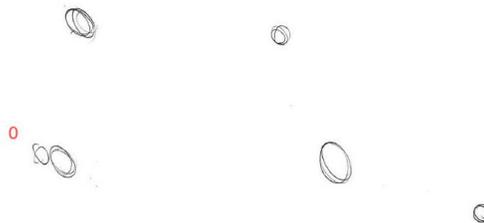
## 5 CONDUZIONE DELL'ESPERIMENTO

Per effettuare questo esperimento è necessario osservare una foto di un cielo stellato in cui è presente l'ammasso delle Pleiadi. A questo punto si devono disegnare su un foglio bianco le stelle dell'ammasso che si riescono ad individuare. Non esiste un numero preciso di quante stelle si possano vedere: questo ammasso conta diverse stelle visibili ad occhio nudo. Dagli ambienti cittadini solo cinque o sei delle stelle più brillanti sono visibili, da un luogo più buio se ne possono contare oltre una dozzina. Nel nostro caso, il numero delle pleiadi che una persona riesce a vedere è determinata dalla luminosità della stanza in cui si trova. Quindi più la stanza è luminosa e meno se ne possono vedere; al contrario se non è luminosa: in quel caso si potranno vedere un numero maggiore di pleiadi e studiarne la distanza.

Inoltre, come si può osservare nella Figura 2 e Figura 3, per essere usate nel calcolo della probabilità le stelle sono state numerate. Nello specifico sono stati raccolti in totale 81 disegni fatti dagli studenti, così



**Figure 2.** Un esempio di disegno in cui sono state individuate 5 stelle.



**Figure 3.** Un esempio di disegno in cui sono state individuate 6 stelle.

suddivisi per numero di Pleiadi osservate:

N. di Pleiadi osservate	N. di disegni raccolti
4	1
5	52
6	20
7	3
8	1
9	1
11	3

I disegni realizzati dagli studenti sono stati successivamente digitalizzati, dopo di che si sono identificate le stelle rappresentate e registrato su di un file per ogni disegno le loro coordinate  $x,y$ .

Al fine di poter sovrapporre i punti delle mappe, queste devono essere realizzate nello stesso sistema di coordinate. Si preferisce quindi convertire le coordinate di localizzazione dei punti terrestri  $(x,y)$  in coordinate celesti.

Il vantaggio di tale operazione consiste nell'utilizzare la prassi astronomica di calcolare le costanti di lastra, che ci assicura anche di raggiungere la migliore sovrapposizione possibile.

Infatti, le costanti di lastra forniscono le trasformazioni lineari di passaggio dalle coordinate terrestri  $(X,Y)$  alle coordinate standard su piano focale  $(\zeta, \eta)$  attraverso un best-fit (minimi quadrati). Otteniamo le 6 costanti di lastra :

$$\zeta = ax + by + c \quad (6)$$

$$\eta = dx + ey + y \quad (7)$$

I file contenenti le coordinate geografiche  $x,y$  e del disegno sono quindi convertite in file contenenti le coordinate mutate nel sistema equatoriale (Ascensione Retta e Declinazione) che risultano quindi confrontabili con le coordinate celesti delle Pleiadi. Un programma scritto in IDL si occupa di calcolare la probabilità di sovrapposizione come precedentemente descritto.

## 6 RISULTATI

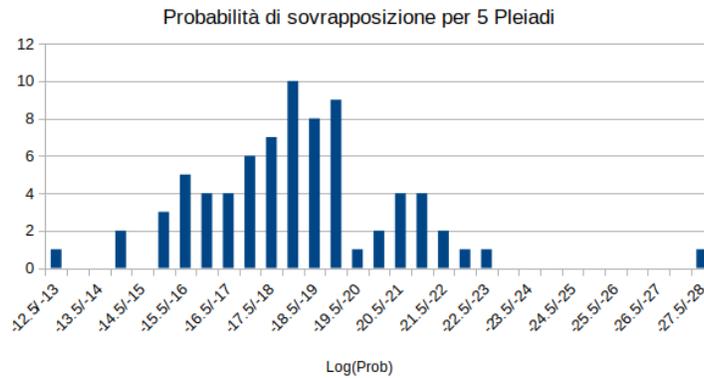
Dopo aver svolto il calcolo delle probabilità di sovrapposizione come descritto nella Sezione 4, abbiamo deciso di studiare la distribuzione di tali probabilità. Dopo che sono state trattate le immagini a nostra disposizione e valutata la consistenza dei dati si è pronti per effettuare le trasformazioni necessarie. Infatti, molte volte si ha l'esigenza di migliorare la comprensione del fenomeno e massimizzare le informazioni contenute nei dati.

Per esempio, nel nostro caso, le probabilità di sovrapposizione ottenute sono dei numeri estremamente piccoli, che però variano sensibilmente negli ordini di grandezza. Oscillano, infatti, tra  $10^{-28}$  e  $10^{-13}$ , quindi variano di 15 ordini di grandezza. Se utilizzassimo i dati in questo formato, sarebbe molto difficile la loro interpretazione. Abbiamo quindi scelto di prenderne il logaritmo: in questo modo il risultato è facile da interpretare e attraverso questo metodo qualche volta si può migliorare la qualità dei risultati.

A questo punto abbiamo studiato l'andamento dei logaritmi delle probabilità attraverso degli istogrammi. Sono stati creati due istogrammi differenti. Nel primo, Figura 4, sono state analizzate 5 stelle. Nel secondo, Figura 5, è stato considerato solo il campione in cui sono state disegnate 6 stelle.

Per quanto riguarda il caso delle 5 Pleiadi, è stato preso in considerazione tutto il campione, anche i disegni in cui erano rappresentate 6 stelle, ma sono state analizzate solo quelle numerate dalla 1 alla 5., per un totale di 75 disegni. La distribuzione dei logaritmi delle probabilità di sovrapposizione è rappresentata nella Figura 4. Gli intervalli in cui sono state distribuite le probabilità variano di 0.5 l'uno dall'altro, sia per il caso delle 5 che per quello delle 6 Pleiadi. Per esempio, in questo caso gli intervalli sono stati scelti come segue:

- $[-12.5, -13)$
- $[-13, -13.5)$
- $[-13.5, -14)$



**Figure 4.** Istogramma della distribuzione delle probabilità di sovrapposizione per 5 Pleiadi.

• ...

È stata poi calcolata la media e la deviazione standard di questa distribuzione di probabilità di sovrapposizione:

LogP Medio ( $\mu$ )	Dev.Standard ( $\sigma$ )
-17.89	4.70

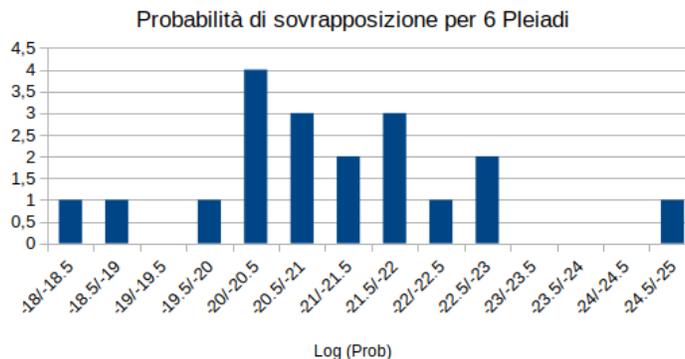
Si può notare da questo istogramma che l'andamento delle probabilità è assimilabile ad una distribuzione normale, o di Gauss, poiché considerata il caso base delle distribuzioni di probabilità continue. Essa è identificabile con la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

dove compaiono la media  $\mu$  e la deviazione standard  $\sigma$ .

Il procedimento precedente è stato ripetuto anche nel caso delle 6 Pleiadi, tuttavia in questo caso il campione era ridotto e sono stati analizzati 19 disegni. La distribuzione dei logaritmi delle probabilità di sovrapposizione è rappresentata nella Figura 5.

Analogamente al caso delle 5 Pleiadi le probabilità sono state suddivise per intervalli che variano di 0.5



**Figure 5.** Istogramma della distribuzione delle probabilità di sovrapposizione per 6 Pleiadi.

l'uno dall'altro. Si è quindi calcolata la media e l'errore da associare ad essa. In questo caso, a differenza di quello precedente, la distribuzione che meglio riproduce quella trovata è la distribuzione di Poisson, nota anche come legge degli eventi rari. In questo caso l'errore da associare al valore medio non è la deviazione standard, ma la radice quadrata della media. I valori trovati sono rispettivamente:

LogP Medio ( $\lambda$ )	Errore ( $\sqrt{\lambda}$ )
-21.23	4.61

Dopo aver analizzato i disegni degli studenti, abbiamo analizzato anche la rappresentazione delle Pleiadi, ovvero la Figura 1, fatta da Galileo nel *Sidereus Nuncius*, Sezione 3. Analogamente a quanto fatto precedentemente, abbiamo preso le coordinate delle stelle e, dopo averle analizzate nel programma, è stata calcolata la probabilità di sovrapposizione. Questo è stato fatto analizzando 6 Pleiadi. Ciò che si è ottenuto per la probabilità è:

Probabilità	Log(Prob)
8.40e-20	-19.08

quindi perfettamente in linea con i risultati ottenuti precedentemente poiché all'interno dell'intervallo di confidenza  $\pm 1\sigma$ .

## 7 CONCLUSIONI

L'esperimento utilizza un sistema valido per studiare la sovrapposizione casuale di 2 mappe. Nel nostro caso la rappresentazione non è casuale ma è voluta e quindi la probabilità calcolata è da intendere come la precisione con la quale si può rappresentare le questo ammasso di stelle.

Nel caso in esame per un asterismo di 5 stelle  $\log(P) = -17.89 \pm 4.70$  mentre per 6 stelle  $\log(P) = -21.23 \pm 4.61$ .

In questo ultimo intervallo di valori rientra perfettamente il disegno di uno "studente" illustre come Galileo Galilei, la cui precisione si colloca di nel range degli errori. Da tenere presente che Galileo Galilei, sebbene utilizzasse il cannocchiale, questo doveva avere un campo di vista di circa 15' e non consentiva la visione completa dell'asterismo di stelle obbligandolo a vederne una parte alla volta. Per questa ragione un disegnatore capace come Galileo si colloca un pochettino sotto la media.

## REFERENCES

- A.Cora (2017). Il mistero delle piramidi... può essere spiegato dalla statistica. *Giornale di Astronomia*, (1):27–30.
- Rappengluck, M. (2001). Palaeolithic timekeepers looking at the golden gate of the ecliptic. *The Lunar Cycle And The Pleiades In The Cave Of La-TETE-Du-Lion (Ardèche, France) Earth, Moon, and Planets*, 85-86:391–404.
- V.Castellani (2002). Tre lezioni di astronomia per archeologi. *Giornale di Astronomia*, (3):29.

## APPENDICE A: TABELLE DEI DATI DELLE PROBABILITÀ DI SOVRAPPOSIZIONE

In questa sezione vengono mostrate le tabelle dei dati utilizzati per costruire gli istogrammi e per calcolare medie e rispettivi errori per 5 Pleiadi visualizzate e per 6 Pleiadi visualizzate nella Sezione 6. In particolare per ogni tabella compare una colonna con il nome del file (i file sono stati numerati in base al numero di stelle contenuto in esso), una con il valore della probabilità di sovrapposizione calcolata dal programma e una con il logaritmo in base decimale della probabilità.

Nome File	Probabilità	Log(Prob)
5a.txt	1.81e-13	-12.74
70a.txt	8.95e-15	-14.05
38a.txt	6.33e-15	-14.20
51a.txt	9.01e-16	-15.05
49a.txt	7.84e-16	-15.11
24a.txt	3.49e-16	-15.46
62a.txt	2.49e-16	-15.60
7a.txt	2.02e-16	-15.69
16a.txt	1.87e-16	-15.73
32a.txt	1.67e-16	-15.78
29a.txt	1.09e-16	-15.96
71a.txt	8.72e-17	-16.06
50a.txt	4.76e-17	-16.32
68a.txt	4.60e-17	-16.34
34a.txt	4.05e-17	-16.39
23a.txt	2.38e-17	-16.62
2a.txt	1.70e-17	-16.77
19a.txt	1.69e-17	-16.77
31a.txt	1.61e-17	-16.79
63a.txt	7.41e-18	-17.13
25a.txt	6.59e-18	-17.18
48a.txt	5.71e-18	-17.24
20a.txt	5.03e-18	-17.30
30a.txt	3.87e-18	-17.41
59a.txt	3.34e-18	-17.48
65a.txt	2.12e-18	-17.67
46a.txt	2.11e-18	-17.68
26a.txt	1.97e-18	-17.71
61a.txt	1.77e-18	-17.75
15a.txt	1.75e-18	-17.76
60a.txt	1.58e-18	-17.80
18a.txt	1.42e-18	-17.85
6a.txt	9.09e-19	-18.04
67a.txt	7.20e-19	-18.14
27a.txt	5.69e-19	-18.24
35a.txt	4.77e-19	-18.32
47a.txt	4.08e-19	-18.39
66a.txt	3.98e-19	-18.40
42a.txt	3.76e-19	-18.42
28a.txt	3.63e-19	-18.44
45a.txt	3.61e-19	-18.44
22a.txt	3.41e-19	-18.47
4a.txt	3.09e-19	-18.51

41ba.txt	2.71e-19	-18.57
75a.txt	2.63e-19	-18.58
58a.txt	2.16e-19	-18.67
41aa.txt	2.10e-19	-18.68
36a.txt	1.34e-19	-18.87
43a.txt	1.15e-19	-18.94
17a.txt	1.05e-19	-18.98
9a.txt	7.82e-20	-19.11
12a.txt	7.27e-20	-19.14
57a.txt	6.63e-20	-19.18
64a.txt	6.18e-20	-19.21
14a.txt	5.62e-20	-19.25
33a.txt	5.34e-20	-19.27
54a.txt	5.14e-20	-19.29
37a.txt	4.51e-20	-19.35
73a.txt	3.47e-20	-19.46
74a.txt	2.73e-20	-19.56
56a.txt	7.49e-21	-20.13
8a.txt	5.24e-21	-20.28
3a.txt	3.01e-21	-20.52
53a.txt	1.72e-21	-20.77
69a.txt	1.41e-21	-20.85
13a.txt	1.40e-21	-20.85
44a.txt	5.80e-22	-21.24
39a.txt	4.55e-22	-21.34
76a.txt	3.90e-22	-21.41
10a.txt	3.75e-22	-21.43
40a.txt	3.02e-22	-21.52
21a.txt	1.97e-22	-21.71
11a.txt	3.94e-23	-22.40
55a.txt	2.13e-23	-22.67
72a.txt	2.12e-28	-27.67

**Table 5.** Probabilità di sovrapposizione per 5 pleiadi.

Nome File	Probabilità	Log(Prob)
71sa.txt	3.75e-19	-18.43
63sa.txt	1.21e-19	-18.92
66sa.txt	1.47e-20	-19.83
68sa.txt	8.46e-21	-20.07
74sa.txt	4.29e-21	-20.37
15sa.txt	3.84e-21	-20.42
67sa.txt	3.77e-21	-20.42
60sa.txt	2.72e-21	-20.56
75sa.txt	2.01e-21	-20.70
54sa.txt	1.28e-21	-20.89
55sa.txt	8.71e-22	-21.06
57sa.txt	3.95e-22	-21.40
65sa.txt	2.06e-22	-21.69
58sa.txt	1.82e-22	-21.74
21sa.txt	1.69e-22	-21.77
76sa.txt	8.17e-23	-22.09
64sa.txt	3.05e-23	-22.51
69sa.txt	1.79e-23	-22.75
56sa.txt	1.03e-25	-24.99

**Table 6.** Probabilità di sovrapposizione per 6 pleiadi.